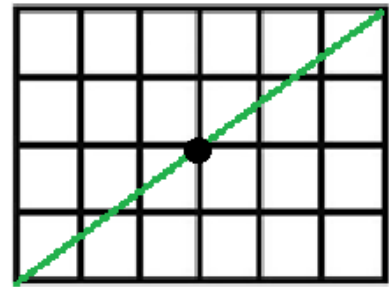


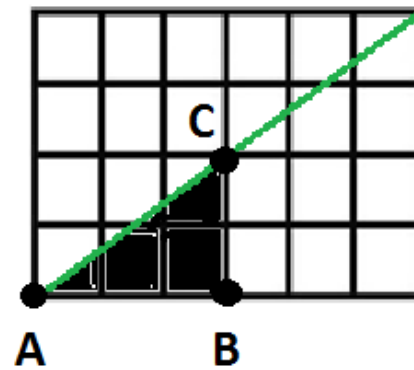
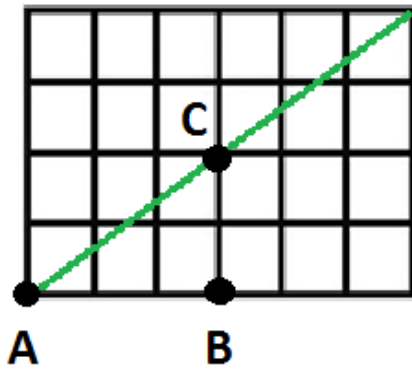
# 1. TRIÁNGULOS

Fíjate en el siguiente rectángulo de base  $m=6\text{ cm}$  y altura  $n=4\text{ cm}$  formado por  $6 \times 4 = 24$  cuadraditos. Trazamos una línea desde el vértice que está más a la izquierda y más abajo con el vértice que está más a la derecha y más arriba.



Como puedes observar, la línea pasa por **primera vez** por un vértice de uno de los cuadraditos en el punto marcado en negro. Con este punto, que llamaremos C, podemos formar un triángulo rectángulo ABC cuyos vértices son:

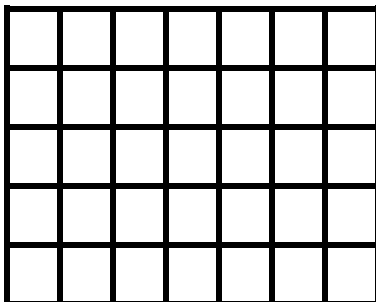
- El punto C.
- El punto A, que resulta ser el vértice del rectángulo que está más a la izquierda y más abajo.
- El punto B, que resulta de intersectar el lado inferior del rectángulo con una línea perpendicular desde C.



Estamos interesados en el área de este triángulo rectángulo.

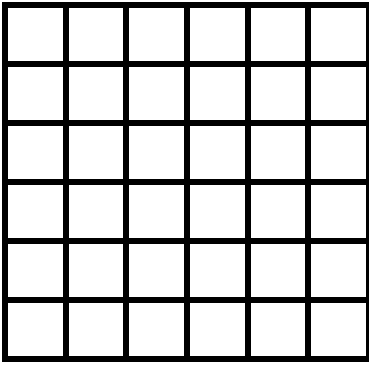
a) ¿Cuánto vale esta área si  $m=6$  y  $n=4$ ?

b) ¿Cuál es el área del triángulo si  $m=7$  y  $n=5$ ?



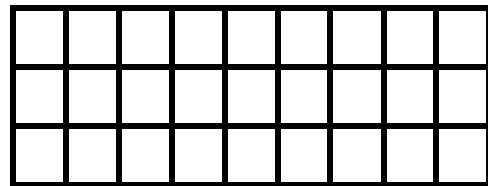
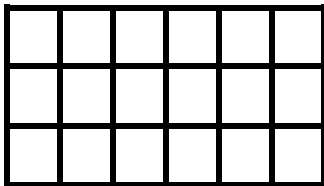
(Continúa detrás)

c) ¿Cuál es el área del triángulo si  $m=n$ ?



d) ¿Sabrías dar varios valores de  $m$  y  $n$  para los que el área del triángulo sea exactamente la mitad del producto de  $m$  por  $n$ ?

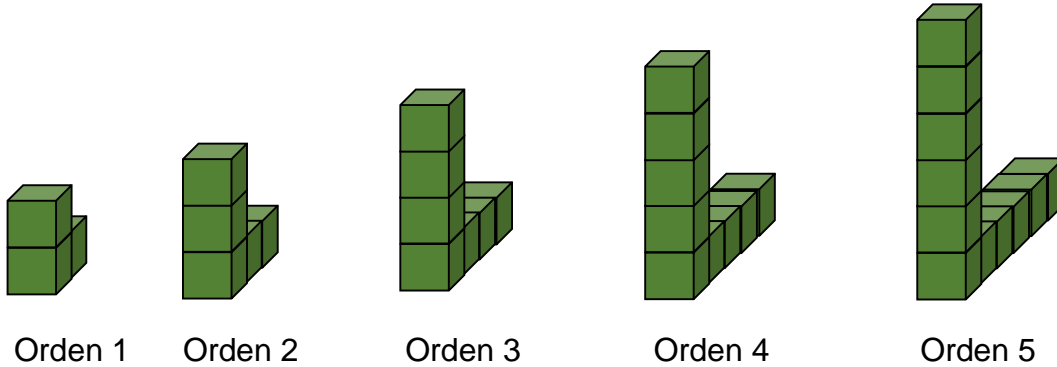
e) ¿Cuál es el área del triángulo si  $m$  es el doble que  $n$ ? ¿Y si es el triple?



f) ¿Qué crees que ocurre en general? ¿Sabrías dar una fórmula para calcular el área para cualquier valor de  $m$  y de  $n$ ?

## 2. TORRES DE CUBOS EN FORMA DE L

Con cubos blancos hacemos construcciones en forma de L, como en la figura, y una vez finalizadas pintamos de color verde las caras que se ven (las que apoyan en el suelo o se adosan a otro cubo no se ven).



- a) Rellena la tabla siguiente en donde la última columna indica las caras pintadas de los primeros órdenes de construcción.

Número de orden n	Total cubos N	Total caras pintadas P
1		
2		
3		
4		
5		

- b) En la construcción de orden 500, ¿cuántos cubos hay y cuántas caras estarán pintadas? ¿Y en la de orden 2019?

(Continúa detrás)

**c)** Busca una expresión general que dé el número de caras pintadas para una construcción de orden  $n$  cualquiera.

**d)** ¿Es posible una construcción que tenga 5245 cubos? ¿Y una que tenga 2441 caras pintadas? Indicar qué tipo de números pueden expresar el número de caras pintadas de una construcción.

### 3. REGALO SORPRESA

Dos chicas Ana y Belén y dos chicos Antonio y Bruno participan en un juego: cada chica escribe en un papel el nombre de un chico al que le va a dar un regalo y cada chico escribe en otro papel el nombre de una chica a la que le va a dar un regalo.

Para simplificar la notación vamos a designar a las chicas con la inicial de su nombre en mayúscula y a los chicos con la inicial de su nombre en minúscula. Por ejemplo, una posibilidad sería la que se muestra en la figura de la derecha: en este ejemplo miramos las columnas y comprobamos que

A	a
B	a
a	A
b	A

**A** escribe **a**,      **B** escribe **a**,      **a** escribe **A**    y    **b** escribe **A**.

Fíjate que en este caso Antonio (**a**) recibe dos regalos pero Bruno (**b**) ninguno y Ana (**A**) recibe dos regalos y Belén (**B**) ninguno.

- a) ¿Podrías explicar cuántas posibilidades hay en total?
- b) ¿Cuántas posibilidades hay de manera que todo el mundo reciba un regalo? Tened en cuenta que “**A** regala a **b**” es una posibilidad distinta de que “**A** regale a **a**”.
- c) Y ahora contad cuántas posibilidades hay evitando que dos personas se intercambien regalos, es decir, si **A** regala a **b**, entonces **b** no regala a **A**.

**(Continúa detrás)**

Ahora hay tres chicas, Ana, Belén y Celia y tres chicos Antonio, Bruno y Carlos que juegan a lo mismo. En este caso el número de posibilidades es mucho mayor. No te pongas a escribirlas todas porque te vas a aburrir. Observa bien el caso anterior y contesta las siguientes preguntas:

- d)** En este caso ¿cuántas posibilidades hay en total?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- e)** Si cada persona recibe un regalo y no puede haber dos personas que intercambien regalos entre las dos, ¿cuántas posibilidades hay?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- f)** En el caso de que hubiera cuatro chicas, Ana, Belén, Celia y Diana y cuatro chicos Antonio, Bruno, Carlos y Daniel que juegan a lo mismo, si todos reciben un regalo y dos personas no pueden intercambiarse el regalo entre ellas, ¿cuántas posibilidades hay? Explica cómo has llegado a la solución.

#### 4. CINCO NÚMEROS ENTEROS POSITIVOS

- a) Elegimos dos números enteros positivos distintos, por ejemplo 4 y 7 y a partir de aquí generamos estos cinco números

4,7,10,13,16.

Observa que la suma de los 5 números es un múltiplo de cinco y que si hacemos todas las sumas posibles de dos en dos hay tres resultados repetidos  
¿Cuáles son estos resultados repetidos?



- b) Elige otros 5 números distintos de los anteriores que cumplan que si se suman de dos en dos sólo hay 7 resultados diferentes.
- c) Imagina que ahora eliges cinco números distintos:  $a < b < c < d < e$ . Escribe todas las sumas posibles y comprueba que hay siete sumas que claramente puedes ordenar de menor a mayor.

**(Continúa detrás)**

- d) Si sólo puede haber siete sumas diferentes, ¿qué sumas tienen que estar repetidas?

- e)** Comprueba que si elegimos 5 números positivos distintos  $a < b < c < d < e$  de manera que si los sumamos de dos en dos y sólo tenemos 7 resultados distintos, entonces  $a + b + c + d + e$  siempre es múltiplo de cinco. Explica cómo has llegado al resultado.